Test (Groupe 1)

Durée 3h30

Problème 1:

Soit ABC un triangle acutangle. La perpendiculaire à (AB) en B coupe (AC) en D et la perpendiculaire à (AC) en D coupe (AB) en F. La perpendiculaire à (AC) en C coupe (AB) en E et la perpendiculaire à (AB) en E coupe (AC) en G.
Montrer que $(FG) \parallel (BC)$.

Problème 2:

Soient a, b et c des réels positifs non nuls tels que : $a+b>\sqrt{2}$ et $a^2+b^2+c^2=3$.

Montrer que : $a+b-c>0$.

Problème 3:

Soit ABC un triangle, (C) son cercle circonscrit de centre O et de rayon R

et (C') son cercle inscrit de centre I et de rayon r. La médiatrice (Δ) de $[BC]$ coupe (C) en $T \notin [\widehat{BAC}]$.

Montrer que le triangle BIT est isocèle.

Problème 4:

Trouver tous les nombres réels x tels que : $x^2-x+1=2x.\sqrt{1-\frac{1}{x}}$.

ATSM Monastir - Mahdia | Palais des Sciences de Monastir

Stage d'hiver - Décembre 2011 | A. S. : 2011-2012

Test (Groupe 2)

Durée 4h30

Problème 1:

Soit ABC un triangle, (C) son cercle circonscrit de centre O et de rayon R et (C') son cercle inscrit de centre I et de rayon r. La médiatrice (Δ) de $[BC]$ coupe (C) en $T \notin [\widehat{BAC}]$. **Montrer** que le triangle BIT est isocèle et que $OI = \sqrt{R^2 - 2rR}$.

Problème 2:

Soient a, b et c des réels positifs non nuls tels que :

$$\min(a+b, b+c, c+a) > \sqrt{2} \quad \text{et} \quad a^2 + b^2 + c^2 = 3.$$

Montrer que : $\min(a+b-c, b+c-a, c+a-b) > 0$ et que $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \leq 3$.

Problème 3:

Déterminer toutes les fonctions $f: IR \rightarrow IR$ et $g: IR \rightarrow IR$ telles que pour tous réels x, y on a :

$$g(f(x+y)) = f(x) + (2x+y)g(y).$$

Problème 4:

Soit ABC un triangle acutangle tel que $AB < AC$ de cercle circonscrit (γ) et de centre de gravité G. Soit A_0 le milieu de $[BC]$, B_0 le milieu de $[AC]$ et C_0 le milieu de $[AB]$. Soit D le projeté orthogonal de A sur $[BC]$ et E le projeté orthogonal de A_0 sur $[B_0C_0]$.

La tangente à (γ) en A coupe (B_0C_0) en I. Soit (Δ) la tangente à (γ) en J passant par I.

Montrer que D, E, J et G sont alignés.

Site : atsm-mahdia.net